I.U.T d'Aix-Marseille
Département Mesures Physiques

Deuxième année 2022/2023

Mathématiques - Devoir n°1

A rendre au plus tard lundi 09/01/2023

Nom et prénom :

I. Complétez ou répondez aux questions posées (les questions sont indépendantes) :

1) Soit la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par $u_n = \dfrac{1}{n}$.

a) La suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est-elle convergente ? Si oui quelle est sa limite ?

b) La série de terme général u_n est elle convergente ?

2) Complétez le théorème suivant :
Si la série de terme général u_n est .... *alors la suite* (u_n) *converge vers* ....

Ce théorème donne une condition **nécessaire** ou **suffisante** pour que la série de terme général (u_n) soit convergente ?

Si la limite de la suite (u_n) est égale à 0, puis-je conclure que la série de terme général u_n est convergente ? OUI ou NON (justifiez)

Si la limite de la suite (u_n) est différente de 0, puis-je conclure que la série de terme général u_n est divergente ? OUI ou NON (justifiez)

3) Complétez les critères ou propriétés qui suivent :

a) Soit (u_n) et (v_n) deux suites de nombres réels ....telles que $u_n \leq v_n$ à partir d'un certain rang. Alors

- Si la série de terme général v_n ...., alors la série de terme général u_n ....
- Si la série de terme général u_n ....alors la série de terme général v_n ....

Dans quels cas, ce critère ne permet pas de conclure ?

b) Soit (u_n) et (v_n) deux suites de nombres réels ....telles que $u_n \underset{+\infty}{\sim} v_n$. Alors les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$..................................

c) Soit (u_n) une suite de nombres réels......................, on pose $L = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ (en supposant qu'elle existe), $0 \leq L \leq +\infty$. Alors

- Si $L < 1$, la série $\sum u_n$ ....
- Si $L > 1$, la série $\sum u_n$ ....
- Si $L = 1$ ....

d) Donnez un exemple (de votre choix) pour illustrer l'utilisation de l'une de ces trois règles a), b) ou c) ci-dessus (en justifiant soigneusement).

II. Subtilités de langage. Les phrases suivantes sont-elles correctes ? Si ce n'est pas le cas, corrigez-les (attention s'il apparait un mot en gras dans la phrase, ce mot en gras doit figurer dans la correction éventuelle).

1) On considère la **série** (u_n).

2) $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$ est la somme de la série.

3) $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$ est une somme finie.

4) $S = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ est la suite des sommes partielles associée à la suite u_n.

5) $S = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ est la somme de la série de terme général u_n.

III. Exercice. Soit $a > 0$. Etudiez la nature de la série de terme général $u_n = \dfrac{a^n}{n!}$. Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

I.U.T d'Aix-Marseille
Département Mesures Physiques

Deuxième année 2022/2023

Mathématiques - Devoir n°2

A rendre au plus tard lundi 16/01/2023 (à votre retour à l'IUT).

Nom et prénom :

I. Complétez ou répondez aux questions posées (les questions sont indépendantes) :

1) La série de terme général u_n est **absolument convergente** si la série de terme....

2) Une série numérique **absolument convergente** est....

3) Une série **alternée** est une série dont le terme général u_n est de la forme....

4) Donnez l'exemple d'une série alternée absolument convergente puis l'exemple d'une série alternée qui est convergente mais qui n'est pas absolument convergente (en justifiant).

Exercice . Soit la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{1}{n} - \ln(1 + \dfrac{1}{n})$.

a) Montrez que pour tout $n \geq 1$, $u_n > 0$.

b) Montrez que la série de terme général u_n est convergente.