

Mathématiques - Devoir n°1

A rendre au plus tard lundi 17/10/2022.

Nom et prénom :

I. Complétez (les questions sont indépendantes) :

1) Si f est la fonction en retard de 3 sur g alors f s'écrit : $f(t) = \dots$

Dans ces conditions, si on pose $F = \mathcal{L}(f)$ et $G = \mathcal{L}(g)$, alors F s'écrit : (justifiez)

Application : comment s'écrit la fonction f en retard de 3 sur g où g est définie par $g(t) = e^{-t}\mathcal{U}(t)$? Déterminez F .

2) Soit g définie par $g(t) = e^{at}f(t)$, on pose $F = \mathcal{L}(f)$ et $G = \mathcal{L}(g)$ alors $G(p) = \dots\dots\dots$

3) Soit $G = \mathcal{L}(g)$ et $F = \mathcal{L}(f)$.

a) Supposons que $G(p) = e^{-3p}F(p)$. Quel est le lien entre g et f (on fera une phrase explicative puis on donnera l'expression de g) ?

b) Supposons que $F(p) = G(p - 2)$. Quel est le lien entre f et g ?

4) Soit $F = \mathcal{L}(f)$ et $G = \mathcal{L}(f')$. Alors $G(p) = \dots\dots\dots$

5) Soit g la fonction définie par $g(t) = tf(t)$. On pose $G = \mathcal{L}(g)$ et $F = \mathcal{L}(f)$. Alors

$G(p) = \dots\dots\dots$

Donnez un exemple illustrant l'utilisation de cette propriété.

II. Exercice. On considère la fonction f définie par

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & 0 \leq t < 2 \\ -t + 4 & 2 \leq t < 4 \\ 0 & t \geq 4 \end{cases}$$

Représentez graphiquement la fonction f , puis donnez son expression en utilisant la fonction échelon unité \mathcal{U} . Calculez la transformée de Laplace de f . Justifiez soigneusement tous vos calculs.

Mathématiques - Devoir n°2

A rendre au plus tard lundi 24/10/2022.

Nom et prénom :

I. Complétez (les questions sont indépendantes) :

1) Soit $G = \mathcal{L}(g)$ et $F = \mathcal{L}(f)$. On suppose que

- a) $F(p) = G(p - 1)$. Quel lien existe-t-il entre f et g ?
- b) $F(p) = e^{-p}G(p)$. Quel lien existe-t-il entre f et g ?

2) Soit g définie par $g(t) = t^2 f(t)$, on pose $F = \mathcal{L}(f)$ et $G = \mathcal{L}(g)$ alors $G(p) = \dots\dots\dots$

3) $F = \mathcal{L}(f)$ et $F_2 = \mathcal{L}(f'')$. Alors $F_2(p) = \dots\dots\dots$

4) Soit $F = F_1 \times F_2$ où $F_1 = \mathcal{L}(f_1)$ et $F_2 = \mathcal{L}(f_2)$. Que vaut l'original de F ? (soyez précis)

Application : déterminez l'original de F définie par $F(p) = \frac{1}{(p^2 + 4)^2}$.

II. Exercice. On considère g la fonction **2-périodique** sur \mathbb{R}_+ , définie de la façon suivante

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & 0 \leq t < 1 \\ -t + 2 & 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

1. Représentez graphiquement la fonction g sur $[-4, 4]$.
2. Déterminez sa transformée de Laplace.

Mathématiques - Devoir n°3

A rendre au plus tard lundi 07/11/2022.

Exercice.

Résoudre le problème de Cauchy suivant en utilisant la transformée de Laplace.

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) - 3y(t) = e^{-2t}\mathcal{U}(t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

En rédigeant cet exercice, vous devez mettre en avant la méthode utilisée. Je dois comprendre ce que vous faites sans effort. Soyez précis et clair dans vos explications !
Appliquez-vous !

Mathématiques - Devoir n°4

A rendre au plus tard lundi 14/11/2022 (à votre retour à l'IUT)

Exercice

Déterminez, en justifiant soigneusement, les originaux respectifs de G et H définies par

$$G(p) = \frac{p+2}{p^2(p^2+4)} \text{ et } H(p) = e^{-2p}G(p).$$

Indication Pour déterminer l'original de G , on décomposera d'abord la fonction G en éléments simples (n'oubliez pas de vérifier les hypothèses au préalable.).