

Mathématiques - Devoir surveillé n°2a

Pas de calculatrice. Aucun document n'est autorisé.
Les téléphones portables sont éteints et rangés dans les sacs.

Jeudi 20 janvier 2022- Durée de l'épreuve 1H30.

Note importante : la qualité de la rédaction et le soin apporté à la copie seront pris en compte.
Chaque réponse doit être soigneusement justifiée. Le barème est donné à titre indicatif et il peut être modifié.

Nom/Prénom/Groupe :

La partie I est à traiter **entièrement sur le sujet**. La partie II sera traitée sur la copie double distribuée.

Partie I (7 points)

Questions de cours-Applications directes du cours

1) Citez le théorème de dérivation d'une fonction composée. Attention un théorème sans hypothèse n'est pas valable.

Réponse 1) :

2) Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} .

a) Si f est impaire, que peut-on dire de $\int_{-a}^a f(t) dt$?

b) Démontrez ce résultat.

c) Illustrez par un exemple graphique en vous appliquant soigneusement et en expliquant .

Réponse 2a) :

Réponse 2b) :

Réponse 2c) :

3) Rappeler toutes les propriétés (que vous connaissez) de la fonction Arctangente puis la représenter graphiquement dans un repère orthonormé.

4) Déterminez les nombres réels A et B solutions de

$$A + 2iB = \frac{50}{(-1 + 2i)^2}.$$

Réponse 4) :

5) Pour chacune des fonctions suivantes f , g , h , et l donnez une primitive F , G , H et L (sans justification).

$$\forall x \geq 0, f(x) = \sqrt{x}, F(x) = \dots\dots\dots$$

$$\forall x \in]-1, 1[, g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, G(x) = \dots\dots\dots$$

$$\forall x \in]0, +\infty[, h(x) = \frac{1}{x^3}, H(x) = \dots\dots\dots$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, l(x) = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right), L(x) = \dots\dots\dots$$

Partie II (13 points) la partie II est à traiter sur la feuille double distribuée.

Exercice 1 (6 points)

1. Calculez $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x \, dx$.
2. Calculez $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos 3x \cos x \, dx$.
3. Calculez $I_3 = \int_0^1 (1 + x^3)^4 x^2 \, dx$.
4. Calculez $I_4 = \int_0^1 (5x + 1)e^{2x} \, dx$.
5. Calculez $I_5(x) = \int_0^x e^{2t} \cos t \, dt$.

Exercice 2 (3 points)

Les questions suivantes sont indépendantes

1. Donnez l'écriture exponentielle du nombre complexe $z = -2 + i$: on exprimera l'argument de z en utilisant la fonction arctan. Justifiez soigneusement.
2. Soit f définie par

$$f(x) = \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right).$$

Montrez que pour tout $x > 0$, $f(x) = \frac{\pi}{2}$.

Exercice 3 (4 points)

1. Montrer que pour tout $x \in [-1, 1]$, $\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1 - x^2}$.
2. Soit f définie par $f(x) = \tan(\arcsin x)$. Donnez le domaine de définition de f puis simplifiez son expression. **Justifiez soigneusement**
3. Démontrez que f est dérivable sur $] -1, 1[$, puis calculez sa dérivée. **Justifiez soigneusement**